Profesor:
Fortunato Mendoza

ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

DIVISIBILIDAD

DIVISIVILIDAD: PRINCIPIOS; MULTIPLICIDAD Y BINOMIO

DIVISIBILIDAD

Es parte de la teoría de los números, que estudia las condiciones que debe reunir un numeral para ser divisible entre otro y las consecuencias que de este hecho se derivan

DIVISIBILIDAD DE NÚMEROS

Un número entero es divisible entre otro entero positivo, cuando al dividir el primero entre el segundo el cociente es entero y el resto igual a cero.

Es decir:

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \cline{2-2} 0 & K \end{array} \qquad A\ ,\ K \in Z \quad y \quad B \in Z$$

Luego:

"A es divisible entre B"

Ejemplo: ¿Es 63 divisible entre 7?

si, porque: $\begin{array}{r|l} 63 & 7 \\ \cline{2-2} 0 & 9 \end{array}$

DIVISIBILIDAD

MULTIPLICIDAD DE NÚMEROS

Un número entero es múltiplo de otro entero positivo, cuando resulta de multiplicar este entero positivo por otro entero

Es decir: Si $A = B.K$ Donde : $A, K \in Z$; $B \in Z^{+}$(módulo)

Se afirma: "A es múltiplo de B"

Ejemplo: ¿ Es 63 múltiplo de 7?

Si, porque: $63 = 7(9)$

NOTA: Desde que :

$$\underbrace{\begin{array}{r|l} 24 & 8 \\ \hline 0 & 3 \end{array}} \Rightarrow \underbrace{24 = 8(3)}$$

24 es divisible entre 8 < > 24 es múltiplo de 8

Conclusión:

Los términos divisibilidad y multiplicidad son equivalentes

DIVISIBILIDAD

NOTACIÓN DE MULTIPLICIDAD

I. Si A es múltiplo de B

En este caso se cumple A = Bk , k ∈ Z^+

Notación: $A = \overset{0}{B}$ $A = mB$

En general $\boxed{\overset{0}{n} = nk}$

Donde : k = { .....; -2; -1; 0; 1; 2; ....}

✵ $\overset{0}{5} = 5k \rightarrow \overset{0}{5} = \{....; -10; -5; 0; 5; 10; ....\}$

✵ $\overset{0}{8} = 8k \rightarrow \overset{0}{8} = \{....; -16; -8; 0; 8; 16; ....\}$

DIVISIBILIDAD

II. Si A no es múltiplo de B

En este caso A no es divisible por B, luego si dividimos E entre B , la división es inexacta

Por defecto

$$\begin{array}{l|l} A & B \\ \hline r_d & k \end{array}$$

$\rightarrow A = \underbrace{B(k)}_{\circ} + r_d$

$\rightarrow A = \overset{\circ}{B} + r_d$

Por exceso

$$\begin{array}{l|l} A & B \\ \hline r_e & k+1 \end{array}$$

$\rightarrow A = \underbrace{B(k+1)}_{\circ} - r_e$

$\rightarrow A = \overset{\circ}{B} - r_e$

Donde : $r_d + r_e = B$

Ejemplos :

- $A = \overset{0}{11} + 8 \rightarrow A = \overset{0}{11} - 3$
- $B = \overset{0}{9} - 3 \rightarrow B = \overset{0}{9} + 6$
- $\overline{abc} = \overset{0}{17} + 12 \rightarrow \overline{abc} = \overset{0}{17} - 5$

PITAGORAS ACADEMIA

DIVISIBILIDAD

Notas:

1. En toda división entera, basta colocar al dividendo en forma de múltiplo del divisor para poder determinar el residuo en forma directa

Ejemplo :

✵ Hallar el residuo de dividir 67 entre 9

Resolución

$$67 = \overset{\circ}{9} + ??$$

Como $67 = 9(7) + 4 \longrightarrow 67 = \overset{\circ}{9} + 4$

2. Si un número A es múltiplo de otro número entero positivo B; entonces A será múltiplo de todo divisor (factor) de B.

Ejemplo :

Si : $A = \overset{\circ}{18}$

como: 18= 9 . 2 = 6 . 3 = 3 . 6 = 2 . 9 = 1 . 18

$$\rightarrow A = \overset{\circ}{1} ; \overset{\circ}{2} ; \overset{\circ}{3} ; \overset{\circ}{6} ; \overset{\circ}{9} ; \overset{\circ}{18}$$

DIVISIBILIDAD

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES

1. La suma de dos números múltiplos del mismo módulo da como resultado otro múltiplo de dicho módulo

$$\boxed{\overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}}$$

Ejemplo:

$$\underbrace{44}_{4.11} + \underbrace{66}_{6.11} = \underbrace{110}_{10.11}$$

$$\underbrace{4.11}_{\overset{\circ}{11}} + \underbrace{6.11}_{\overset{\circ}{11}} = \underbrace{10.11}_{\overset{\circ}{11}}$$

$$\overset{\circ}{11} + \overset{\circ}{11} = \overset{\circ}{11}$$

2. La diferencia de dos números múltiplos del mismo módulo da como resultado otro múltiplo de dicho módulo .

$$\boxed{\overset{\circ}{n} - \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}}$$

Ejemplo:

$$\underbrace{56}_{8.7} - \underbrace{21}_{3.7} = \underbrace{35}_{5.7}$$

$$\underbrace{8.7}_{\overset{\circ}{7}} - \underbrace{3.7}_{\overset{\circ}{7}} = \underbrace{5.7}_{\overset{\circ}{7}}$$

$$\overset{\circ}{7} - \overset{\circ}{7} = \overset{\circ}{7}$$

3. Si un número es divisible por varios módulos será divisible por el menor múltiplo común de dichos módulos

Si:

$$N = \overset{\circ}{a}$$

$$N = \overset{\circ}{b} \quad \rightarrow \quad N = \overset{\circ}{\overline{MCM(a;\ b;\ c)}}$$

$$N = \overset{\circ}{c}$$

Ejemplo :

Si :

$$N = \overset{\circ}{4} \quad \rightarrow \quad N = \overset{\circ}{\overline{MCM(4;\ 6)}}$$

$$N = \overset{\circ}{6}$$

Luego $N = \overset{0}{12}$

DIVISIBILIDAD

Teorema de Arquímedes

Si el producto de dos números es múltiplo de un cierto módulo y además uno de los números con el módulo no tienen factores comunes aparte de la unidad, entonces el otro número será múltiplo del módulo

Ejemplos:

✵Si $7.A = \overset{0}{9} \rightarrow A = \overset{0}{9}$

✵Si $13.B = \overset{0}{17} \rightarrow B = \overset{0}{17}$

✵ Si $9.C = \overset{0}{39}$, simplificando

$3.C = \overset{0}{13} \rightarrow C = \overset{0}{13}$

Caso Particular:

✵ Si $4p = \overset{0}{7} + 6$

$4p = \overset{0}{7} + 6 + 14 \longrightarrow 4p = \overset{0}{7} + 20$

$4p - 20 = \overset{0}{7} \longrightarrow 4(p-5) = \overset{0}{7}$

$p - 5 = \overset{0}{7} \longrightarrow p = \overset{0}{7} + 5$

En forma práctica :

✵ Si $4p = \overset{0}{7} + 6$

$4p = \overset{0}{7} + 6 + 14 \longrightarrow 4p = \overset{0}{7} + 20$

Simplificando: $p = \overset{0}{7} + 5$

DIVISIBILIDAD

Notas:

1. Se cumple:

$$\boxed{\overset{\circ}{n}(k) = \overset{\circ}{n}} \quad ; \forall k \in Z^{+}$$

2. Se cumple:

$$\boxed{(\overset{\circ}{n} + a)(\overset{\circ}{n} + b)(\overset{\circ}{n} + c) = \overset{\circ}{n} + a\,.\,b\,.\,c}$$

✻ $(\overset{0}{7} + 2)(\overset{0}{7} + 3) = \overset{0}{7} + 6$

✻ $(\overset{0}{11} - 4)(\overset{0}{11} - 2)(\overset{0}{11} + 1) = \overset{0}{11} + 8$

3. Se cumple:

$$\overline{abcd}_{(n)} = \begin{cases} \overset{\circ}{n} + d \\ \overset{\circ}{(n^2)} + \overline{cd}_{(n)} \\ \overset{\circ}{(n^3)} + \overline{bcd}_{(n)} \end{cases}$$

Ejemplo:

$$A = 24321_5 = \begin{cases} ✻\ A = \overset{\circ}{5} + 1 \\ ✻\ A = \overset{\circ}{25} + 21_{(5)} \\ ✻\ A = \overset{\circ}{125} + 321_{(5)} \end{cases}$$

DIVISIBILIDAD APLICADA AL BINOMIO DE NEWTON

1er CASO

$$\boxed{(\overset{\circ}{n} + r)^k = \overset{\circ}{n} + r^k;\ \text{si } k \in \mathbb{Z}^+}$$

2do CASO

$$(\overset{\circ}{n} - r)^k = \begin{cases} \overset{\circ}{n} + r^k;\ \text{si } k \text{ es par} \\ \overset{\circ}{n} - r^k;\ \text{si } k \text{ es impar} \end{cases}$$

Ejemplo:

- $\left(\overset{\circ}{13} + 7\right)^5 = \overset{\circ}{13} + 7^5$

- $\left(\overset{\circ}{9} - 4\right)^6 = \overset{\circ}{9} + 4^6$

- $\left(\overset{\circ}{20} - 6\right)^5 = \overset{\circ}{20} - 6^5$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. La cantidad de números de seis cifra, que son múltiplos de 94 y que terminan en cifra dos es:

A) 1 915 **B) 1 016** **C) 9 918**

D) 1 920 **E) 1 924**

Resolución

Sea el número $\overline{abcde2}$

Dato: $\overline{abcde2} = \overset{o}{94} \longrightarrow \overline{abcde2} = 94k$

Observación: k = ...3 ; 8

Se cumple: $100\,002 \leq 94k \leq 999\,992$

$$1063{,}8 \leq k \leq 10638{,}2$$

K = 1068 ; 1073 ; 1078 ; ….; 10638

$\underbrace{1068 ; 1073}_{5}$; $\underbrace{1073 ; 1078}_{5}$

k toma:

$$\frac{10\,638 - 1068}{5} + 1 = 1915 \; valores$$

Clave: A

PROBLEMAS

2. ¿Cuántos números impares de 4 cifras son divisibles por 3 y 7 pero no son múltiplos de 9?

A) 189 **B) 214** **C) 143**

D) 74 **E) 73**

Resolución

Sea N = $\overline{abcd}$

Dato: N es impar

Además: N = $\left\langle \begin{array}{l} \overset{o}{3} \\ \overset{o}{7} \end{array} \right.$; N$\neq \overset{o}{9}$

Se cumple: N = $\overset{o}{21}$

N = $21k$; k$\neq \overset{o}{3}$; k es impar

Luego: $1001 \leq 21k \leq 9999$

$47{,}6 \leq k \leq 476{,}1$

K = 49 ; 51 ; 53 ; ….; 475 $\longrightarrow$ 214 valores

K $\neq$ 51 ; 57 ; 63 ; ….; 471 $\longrightarrow$ 71 valores

Luego k toma 214 – 71 = 143 valores

Rpta: 143

Clave: C

3. Si al dividir por exceso $\overline{7abc7}$ entre 17 deja un resto máximo. ¿Cuál es el menor número que se le debe sumar al número $\overline{3abc3}$ para que sea múltiplo de 17?

A) 2 **B) 3** **C) 4**

D) 5 **E) 13**

Resolución

Por dato: $\overline{7abc7} = \overset{o}{17} - 16$ ....(1)

Dato: $\overline{3abc3} + x = \overset{o}{17}$ ....(2)

(1) – (2): $40004 - x = \overset{o}{17} - 16$

$40020 = \overset{o}{17} + x$

$\overset{o}{17} + 2 = \overset{o}{17} + x$

$\overset{o}{17} + 2 = x \longrightarrow x_{mín} = 2$

Clave: A

4. En una reunión se presentaron 146 personas. Se observó que la quinta parte de los varones eran médicos y los 7/11 eran mecánicos y la mitad de las mujeres eran secretarias. ¿Cuántos varones ni eran mecánicos ni médicos? Sabiendo que todas las personas tienen una sola profesión.

A) 11 **B) 18** **C) 21**

D) 24 **E) 33**

Resolución

Se cumple: $V + M = 146$ ....(1)

Médicos = $\frac{V}{5}$ $\longrightarrow$ $V = \overset{o}{5}$

Mecánicos = $\frac{7}{11}V$ $\longrightarrow$ $V = \overset{o}{11}$

$$\left.\begin{matrix} V = \overset{o}{5} \\ V = \overset{o}{11} \end{matrix}\right\} V = \overset{o}{55} \qquad \left.\begin{matrix} V = \overset{o}{55} \\ V = \overset{o}{2} \end{matrix}\right\} V = \overset{o}{110}$$

$V = 110$

Secretarias = $\frac{M}{2}$ $\longrightarrow$ $M = \overset{o}{2}$

En (1)

$110 + M = 146 \longrightarrow M = 36$

De los varones $V = 110$
$$\left\{\begin{matrix} \text{Médicos} = 22 \\ \text{Mecánicos} = 70 \\ \text{Otros} = 18 \end{matrix}\right.$$

Clave: B

PROBLEMAS

5. En un colegio se ha decidido asesorar a una cantidad de alumnos comprendidos entre 200 y 300. Se ha observado que si se asigna un profesor por cada 8 alumnos sobrarían 3 alumnos; si se asigna un profesor por cada 5 alumnos sobrarían 2 alumnos y si se quisiera asignar un profesor por cada 6 alumnos faltaría un alumno para poder tener grupos completos. Si se admitieran 3 alumnos más, ¿cuántos profesores serían necesarios para asesorar al mencionado grupo asignando un profesor por cada 10 alumnos?

A) 22 **B) 25** **C) 23**

D) 20 **E) 21**

Resolución

Sea N el total de alumnos

200 < N < 300

$$\left.\begin{array}{l} N = \overset{o}{8}+3 \longrightarrow N = \overset{o}{8}+3-16 \\ N = \overset{o}{5}+2 \longrightarrow N = \overset{o}{5}+2-15 \\ N = \overset{o}{6}+5 \longrightarrow N = \overset{o}{6}+5-18 \end{array}\right\} N = \overset{o}{120}-13$$

Observación: $N = 240 - 13 \longrightarrow N = 227$

Si hubiesen: $N + 3 = 230\ alumnos$

y se asignara un profesor por cada 10 alumnos

$$\#\ \text{profesores} = \frac{230}{10} = 23$$

Clave: C

6. El mayor número $\overline{abc}$ (a; b y c diferentes entre sí 2 a 2); verifica:

$$\overline{abc} = \overset{\circ}{\overline{bc}} + a \; ; \; \overline{bc} = \overset{\circ}{7} \; ; \; \overline{cab} = \overset{\circ}{\overline{mn8}}$$

Calcule: m + n

A) 12 B) 7 C) 9 D) 8 E) 10

Resolución

$\overline{abc}$ es máximo

$a \neq b \neq c$

$\overline{abc} = \overset{\circ}{\overline{bc}} + a$ .....(1)

$\overline{bc} = \overset{\circ}{7}$

$\overline{cab} = \overset{\circ}{\overline{mn8}}$ .....(3)

De (1) $100a + \overline{bc} = \overset{\circ}{\overline{bc}} + a \longrightarrow 99a = \overset{\circ}{\overline{bc}}$ .....(2)

Como $\overline{bc} = \overset{\circ}{7} \longrightarrow 99a = \overset{\circ}{7} \longrightarrow a = \overset{\circ}{7} \longrightarrow a = 7$

En (2) $3 . 3\ 11 . 7 = \overset{\circ}{\overline{bc}} \longrightarrow \overline{bc} = \begin{cases} 21 \\ 63 \end{cases}$

Para que $\overline{abc}$ sea máximo, elegimos $\overline{bc} = 63$

En (3) $376 = \overset{\circ}{\overline{mn8}} = \overline{mn8}.k$

$376 = 188 . 2 \longrightarrow \overline{mn8} = 188$

Piden: m + n = 1 + 8 = 9

Clave: C

7. Se dispone de 100 soles para comprar 40 lapiceros de 1; 4, y 12 soles. ¿Cuántos lapiceros de cada uno de éstos precios deberían comprarse? Dar como respuesta la mayor cantidad, sabiendo que debe comprar al menos uno de cada tipo

A) 3 **B) 9** **C) 28**

D) 29 **E) 30**

Resolución

En total tiene $S/100$

Precio	Cantidad
$S/1$	x
$S/4$	y
$S/12$	z

Se cumple x + y + z = 40 .....(1)

x + 4y + 12z = 100 .....(2)

$(2)-(1)$: $3\underset{9}{y}+11\underset{3}{z}=60 \longrightarrow$ Z = 3 ; y = 9

En (1) $x+9+3=40 \longrightarrow x=28$

Clave: C

PROBLEMAS

8. En la siguiente sucesión:

$$15 , 18 , 23 , 30 , ...$$

Calcular la suma de cifras del resultado de sumar el segundo y tercer término $\overset{o}{13}+11$

A) 15 B) 16 C) 17

D) 18 E) 19

Resolución

Sucesión:

15 , 18 , 23 , 30 , ...

3 5 7

2 2

Sucesión de segundo grado

$$a_n = 15 + \frac{3(n-1)}{1!} + \frac{2(n-1)(n-2)}{2!}$$

$$a_n = n^2 + 14$$

Sea: $n^2 + 14 = \overset{o}{13}+11 \longrightarrow n^2 = \overset{o}{13}-3$

$n^2 = \overset{o}{13}-3 \; + 39 \longrightarrow n^2 = \overset{o}{13}+36 \longrightarrow n = \begin{cases} \overset{o}{13}+6 \\ \overset{o}{13}-6 \end{cases}$

$n = \begin{cases} 6 ; 19 ; 32 ; .... \\ 7 ; 20 ; 33 ; .... \end{cases}$

Ordenando: $n = 6 ; 7 ; 19 ; 20 ; 32 ; 33 ; ...$

Piden: $a_7 + a_{19} = (7^2 + 14) + (19^2 + 14)$

$a_7 + a_{19} = 438 \longrightarrow \sum cfs = 15$

Clave: A

9. La sucesión mostrada:

18x11 , 18x13 , 18x16 , 18x20 , ...

Presenta 10 términos que al ser divididos entre 7 dejan un residuo igual a 2. ¿Cuántos términos como máximo puede tener dicha sucesión?

A) 24 **B) 28** **C) 32**

D) 35 **E) 42**

Resolución

Sucesión: 18x11 , 18x13 , 18x16 , 18x20 , ...

Del segundo factor de cada término

11 , 13 , 16 , 20 , ...

2 3 4

1 1

Término general: $11+\frac{2(n-1)}{1!}+\frac{1(n-1)(n-2)}{2!}=\frac{n(n+1)+20}{2}$

De la sucesión inicial:

$$a_n = 18\left[\frac{n(n+1)+20}{2}\right] = 9\,[n(n+1)+20]$$

Sea: $9\,[n(n+1)+20] = \overset{o}{7}+2$

$$9\,[n(n+1)+20] = \overset{o}{7}+2 \quad +7 \longrightarrow \quad n(n+1)+20 = \overset{o}{7}+1$$

$$n(n+1)+\overset{o}{7}-1 = \overset{o}{7}+1 \longrightarrow n(n+1) = \overset{o}{7}+2 \longrightarrow n = \begin{cases} \overset{o}{7}+1 \\ \overset{o}{7}+5 \end{cases}$$

$$n = \begin{cases} 1\,;8\,;15\,;22\,;29 \\ 5\,;12\,;19\,;26\,;33 \end{cases}$$

Ordenando: $n = 1\,;5\,;8\,;12\,;15\,;19\,;22\,;26\,;29\,;33\,;36$

10° 11°

Se cumple $n < 36 \longrightarrow n_{máx} = 35$

Clave: D

10. Sean los números enteros positivos:

$$N = \overset{o}{19}+16 \text{ y } M = \overset{o}{19}+5$$

Si se divide N entre M, cuál sería el menor cociente posible que se podría generar si la división fuese exacta:

A) 5 B) 6 C) 7

D) 8 E) 9

Resolución

Por dato: $\begin{array}{r|l} \overset{o}{19}+16 & \overset{o}{19}+5 \\ \hline 0 & q \end{array}$; q es mínimo

Se cumple: $\overset{o}{19}+16 = (\overset{o}{19}+5)q \longrightarrow \overset{o}{19}+16 = \overset{o}{19}+5q$

$5q = \overset{o}{19}+16 + 19 \longrightarrow 5q = \overset{o}{19}+35 \longrightarrow q = \overset{o}{19}+7$

Por lo tanto: $q_{mín} = 7$

Clave: C

PROBLEMAS

11. ¿Cuántos términos como mínimo, debe tener la suma siguiente, para que el resultado sea múltiplo de 37?

S = 3 + 12 + 27 +48 , ….

A) 14 **B) 18** **C) 19**

D) 23 **E) 36**

Resolución

S = 3 + 12 + 27 + 48 + ….

9 15 21

6 6

Suma de los "n" primeros términos (n es mínimo)

$$S = \frac{3n}{1!} + 9\,\frac{n(n-1)}{2!} + 6\,\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$$

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$$

Sea:

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{2} = \overset{o}{37}$$

$$n(n+1)(2n+1) = \overset{o}{37}$$

$$n = \overset{o}{37} \quad \text{v} \quad n+1 = \overset{o}{37} \quad \text{v} \quad 2n+1 = \overset{o}{37}$$

$$\therefore n_{mín} = 18$$

Clave: B

PROBLEMAS

12. En los n primeros números naturales hay 589 números que son múltiplos de 7 y 1768 números que son múltiplos de 3 ó múltiplos de 7. ¿Cuántos son múltiplos de 3?

A) 1 225 **B) 1 375** **C) 1 396**

D) 1 404 **E) 1 423**

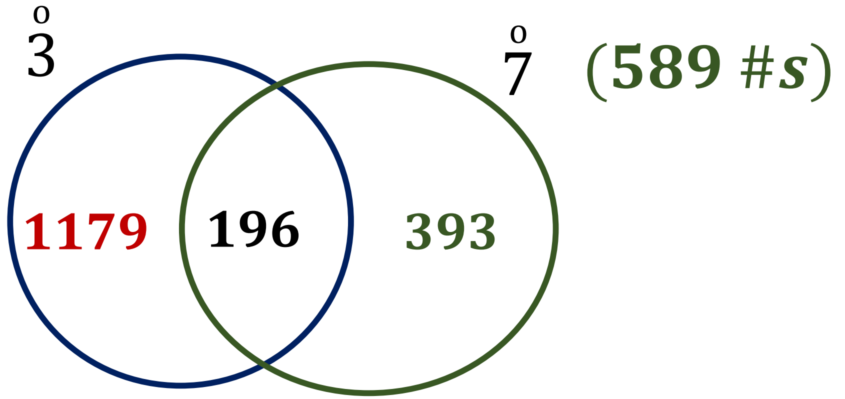
Resolución

1 ; 2 ; 3 ; ……… ; n

Son $\overset{o}{7}$: $\frac{n}{7} = \begin{cases} 589 \\ 589\,,x \end{cases} \longrightarrow 589\ \#s$

Son $\overset{o}{21}$: $\frac{n}{21} = 196\,,y \longrightarrow 196\ \#s$

Son $\overset{o}{3}$ o $\overset{o}{7}$: $1768\ \#s$



$\therefore$ Son $\overset{o}{3}$: 1179 + 196 = 1375 #s

Clave: B

13. Calcule el menor número entero al ser expresado en las bases 4, 5 y 6 termina en 33; 44; 55 respectivamente; pero en base 7 termina en cero. De como respuesta la suma de las cifras de lugar impar.

A) 12 **B) 13** **C) 14**

D) 15 **E) 16**

<u>**Resolución**</u>

Sea N el menor número

$N = \ldots\ldots 33_{(4)} \longrightarrow N = \overset{\circ}{16} + 33_{(4)} = \overset{\circ}{16} + 15 \longrightarrow N = \overset{\circ}{16} - 1$

$N = \ldots\ldots 44_{(5)} \longrightarrow N = \overset{\circ}{25} + 44_{(5)} = \overset{\circ}{25} + 24 \longrightarrow N = \overset{\circ}{25} - 1$

$N = \ldots\ldots 55_{(6)} \longrightarrow N = \overset{\circ}{36} + 55_{(6)} = \overset{\circ}{36} + 35 \longrightarrow N = \overset{\circ}{36} - 1$

$N = \ldots\ldots 0_{(7)} \longrightarrow N = \overset{\circ}{7}$

mín

Luego: $N = \overset{\circ}{3600} - 1 \longrightarrow N = 3600\,k - 1 = \overset{\circ}{7} \longrightarrow (\overset{\circ}{7} + 2)k - 1 = \overset{\circ}{7} \longrightarrow 2k = \overset{\circ}{7} + 1$

$k_{mín} = 4 \longrightarrow N_{mín} = 3600(4) - 1 \longrightarrow N_{mín} = 14399$

Piden: $1 + 3 + 9 = 13$ **Clave: B**

PROBLEMAS

14. Sara meditaba "si el día que me casé fue un sábado 5 de Octubre de 1996, el día de la semana en el cual será mi aniversario de Bodas de Plata es ..."

A) Sábado **B) Domingo** **C) Martes**

D) Miércoles **E) Jueves**

Resolución

t= 25 años

5 octubre 1996 — 5 octubre 2021

Sábado — ??

Años bisiestos: $\underbrace{2000 ; 2004 ; 2008 ; 2012 ; 2016 ; 2020}_{6 \text{ años}}$

Se cumple: $t = 25(365) + 6$

Todo a multiplo de 7

$t = (\overset{o}{7} + 4)\ (\overset{o}{7} + 1) + 6 \ = \overset{o}{7} + 10 \ = \overset{o}{7} + \overset{o}{7} + 3$

$t = \overset{o}{7} + 3$

Luego: Sa Do Lu Ma

Rpta: Martes **Clave: C**

PROBLEMAS

15. Si $\overline{abcd} = \overset{o}{19}$; $\overline{cd} = 4\overline{ab} + 1$

Calcule el residuo de dividir: $(\overline{ababcdcd})^{c.d}$ entre 9

A) 7 B) 4 C) 5

D) 6 E) 8

Resolución

$\overline{abcd} = \overset{o}{19}$ ....(1)

$\overline{cd} = 4\,\overline{ab} + 1$ ....(2)

De (1) $100\,\overline{ab} + \overline{cd} = \overset{o}{19}$

(2) en (1): $100\,\overline{ab} + 4\,\overline{ab} + 1 = \overset{o}{19} \longrightarrow 104\,\overline{ab} = \overset{o}{19} - 1$

$(\overset{o}{19} + 9)\overline{ab} = \overset{o}{19} - 1 \longrightarrow 9\,\overline{ab} = \overset{o}{19} + 18 \longrightarrow \overline{ab} = \overset{o}{19} + 2$

$\overline{ab} = 21 \longrightarrow \overline{cd} = 85$

PROBLEMAS

Sea:

$$N = (\overline{ababcdcd})^{c.d} = (21218585)^{8.5}$$

$$N = (\overset{o}{9}+5)^{40} = \overset{o}{9}+5^{40} \qquad * \; 5^3 = 125 = \overset{o}{9}-1$$

$$N = \overset{o}{9}+ (5^3)^{12}.5^4 = \overset{o}{9}+(\overset{o}{9}-1)^{12}.625$$

$$N = \overset{o}{9}+(\overset{o}{9}+1)(\overset{o}{9}+4) \longrightarrow N = \overset{o}{9}+4$$

$\therefore$ Al dividir N entre 9, su residuo es 4

Clave: B

16. Hallar el residuo de dividir:

$$S = \overline{a1}^{\overline{a2}} + \overline{a3}^{\overline{a4}} + \overline{a5}^{\overline{a6}} + \cdots + \overline{a41}^{\overline{a42}}$$

entre 8

A) 2 **B) 3** **C) 4**

D) 5 **E) 6**

Resolución

$$S = \overline{a1}^{\overline{a2}} + \overline{a3}^{\overline{a4}} + \overline{a5}^{\overline{a6}} + \cdots + \overline{a41}^{\overline{a42}} = \overset{o}{8} + r$$

Propiedad: $\boxed{(IMPAR)^{PAR} = \overset{o}{8} + 1}$

$$S = \underbrace{(\overset{o}{8}+1) + (\overset{o}{8}+1) + (\overset{o}{8}+1) + \ldots\ldots\ldots + (\overset{o}{8}+1)}_{\text{21 términos}}$$

$S = \overset{o}{8} + 21 = \overset{o}{8} + \overset{o}{8} + 5 \longrightarrow S = \overset{o}{8} + 5 \longrightarrow r = 5$

Clave: D

17. Calcule el residuo de dividir E entre 5, si:

$E = 104\,\overline{abc}^{2004} + 100\,\overline{abc}^{2000} + 96\,\overline{abc}^{1996} + 92\,\overline{abc}^{1992} + 88\,\overline{abc}^{1988} + \ldots + 32\,\overline{abc}^{1932}$

Si: $\overline{abc} \neq \overset{o}{5}$

A) 0 B) 1 C) 2

D) 3 E) 4

Resolución

Por el teorema de Fermat

$$\text{Si: } \overline{abc} \neq \overset{o}{5} \longrightarrow \overline{abc}^{4k} = \overset{o}{5} + 1$$

$$\text{Luego: } E = 104\,\overline{abc}^{2004} + 100\,\overline{abc}^{2000} + 96\,\overline{abc}^{1996} + 92\,\overline{abc}^{1992} + 88\,\overline{abc}^{1988} + \ldots + 32\,\overline{abc}^{1932}$$

$$E = 104(\overset{o}{5}+1) + 100(\overset{o}{5}+1) + 96(\overset{o}{5}+1) + \ldots\ldots\ldots + 32(\overset{o}{5}+1)$$

$$E = (\overset{o}{5}+1)(104 + 100 + 96 + \cdots + 32) = (\overset{o}{5}+1)\left(\frac{104+32}{2}\right)19$$

$$E = (\overset{o}{5}+1)\ 68 \,.\, 19 \;= (\overset{o}{5}+1)(\overset{o}{5}+3)(\overset{o}{5}+4) \;= \overset{o}{5}+12$$

$$E = \overset{o}{5}+\overset{o}{5}+2 \longrightarrow E = \overset{o}{5}+2 \longrightarrow r = 2$$

Clave: C

PROBLEMAS

18. Se organizan una conferencia sobre “Energía Hidráulica”. Cada empresa inscribe a sus participantes: 3 profesionales y 3 técnicos. En la conferencia realizan “sesiones de trabajo” formando grupos de 4 hombres y 3 mujeres. Debido a que el local no era amplio algunos grupos trabajaron por la mañana y otros por la tarde. Si el total de participantes está comprendido entre 500 y 700; y la quinta parte de los hombre trabajo por la tarde. ¿Cuántas mujeres trabajaron por la mañana?

A) 270 **B) 288** **C) 216**

D) 360 **E) 128**

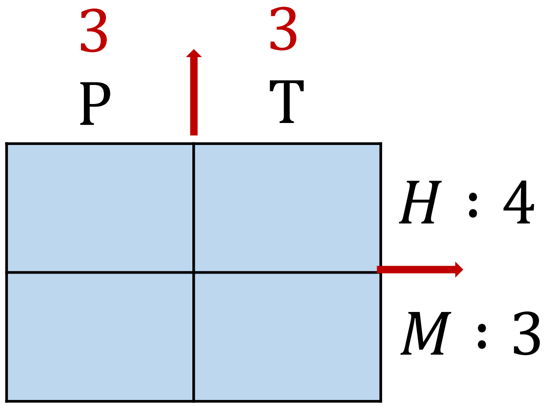
Resolución

Sea N el número de participantes:

$$500 < N < 700$$

Se cumple: $N = \begin{cases} \overset{o}{6} \\ \overset{o}{7} \\ \overset{o}{5} \end{cases} \longrightarrow N = \overset{o}{210}$

$$N = 210k$$



<u>Obs:</u> $k = 3 \longrightarrow N = 630 \begin{cases} H : 4\,(90) = 360 \\ M : 3\,(90) = 270 \end{cases}$

$\underset{+90}{7}$

$$\text{Tarde} \begin{cases} H : 72 = 4(18) \\ M : \quad = 3(18) = 54 \end{cases} \longrightarrow \text{Mañana} \begin{cases} H : 288 \\ M : 216 \end{cases}$$

Clave: C

PITAGORAS ACADEMIA

PROBLEMAS

19. En 17x12 , 17x13 , 17x14 , …. , N ; si existen 360 números de la forma $\overset{o}{7}+2$
¿ Cuántos términos como máximo tiene la secuencia?

A) 2 523
B) 2 524
C) 2 525
D) 2 526
E) 2 427

Resolución

Sucesión: 17x12 , 17x13 , 17x14 , ….

Termino de lugar k : $a_k = 17(11+k)$; k es máximo

Sea: $17(11+k) = \overset{o}{7}+2 \longrightarrow 3(4+k) = \overset{o}{7}+2 \quad +7$

$4+k = \overset{o}{7}+3 \longrightarrow k = \overset{o}{7}+6$

k = 7(0) + 6 ; 7(1) + 6 ; 7(2) + 6 ; …. ; 7(359) + 6

Luego: $k < 7(360)+6 \longrightarrow k < 2\,526$

$k_{máx} = 2\,525$

Clave: C

PROBLEMAS

20. Desde el primer día de julio se observa que un caño averiado arroja diariamente 8; 15; 22; .... gotas respectivamente. Si el caño fue arreglado el 31 de agosto. En qué día arrojó por tercera vez una cantidad de gotas $\dot{13}+5$

A) 8 de julio **B) 21 de julio** **C) 9 de agosto**

D) 22 de julio **E) 3 de agosto**

Resolución

Julio: 1° 2° 3°

$8 \ , \ 15 \ , \ 22 \ , \ ....$

7 7

$$a_k = 7k + 1$$

Sea: $7k + 1 = \overset{o}{13}+5 \longrightarrow 7k = \overset{o}{13}+4 \ +52$

$$k = \overset{o}{13}+8$$

$$k = 8 \ ; 21 \ ; 34 \ ; \ldots$$

1° vez: 8 Julio

2° vez: 21 Julio

3° vez: 3 Agosto

Clave: E

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS